

Tiempo disponible: 1 h 30 min

Se valorará el uso del vocabulario y la notación científica. Los errores ortográficos, el desorden, la falta de limpieza en la presentación y la mala redacción, podrán suponer una disminución hasta de un punto en la calificación, salvo casos extremos.

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARA A ESTE EJERCICIO : (véanse las distintas partes del examen)

Instrucciones: Se proponen dos opciones **A** y **B**. Hay que elegir una de las opciones y contestar a sus cuestiones. La puntuación está detallada en cada una de las cuestiones o en sus distintas partes. Se permite el uso de calculadoras; pero los resultados, tanto analíticos como gráficos, deberán de estar debidamente justificados

OPCIÓN A

A.1.- Dado el sistema de ecuaciones dependientes del parámetro **a**:
$$\begin{cases} x + 2y + z = a \\ x + y - az = a \\ 2x + 3y + z = a \end{cases}$$
 se pide

- a) (1 punto) Discusión del mismo en función del parámetro **a**
 b) (1'5 puntos) Resolución en los casos de compatibilidad

A.2.- (2'5 puntos) Dado los puntos **A** = (1, 1, 1), **B** = (-1, 3, 1), **C** = (1, 0, 0) y **D** = (0, 2, 0); se pide hallar el punto **P** perteneciente a la recta determinada por **A** y **B** tal que el triángulo **CDP** sea rectángulo con hipotenusa **CP**

A.3.- Sea **f** la función definida para todo número real **x** de modo que para los valores de **x** pertenecientes al intervalo cerrado [-1, 1] se tiene $f(x) = (x+1)(x-1)^2$ y para los valores de **x** no pertenecientes a dicho intervalo se tiene $f(x) = 0$. Se pide:

- a) (1'5 puntos) Estudiar su continuidad y derivabilidad
 b) (1 punto) Hallar, razonadamente, su valor máximo, indicando el valor o valores de **x** en donde se alcanza

A.4.- (2'5 puntos) Halla la función **f** definida en todo número real que verifica las dos condiciones siguientes:

- a) $f'(x) = x^2 e^x$
 b) Su gráfica pasa por el punto (0, 2)

OPCIÓN B

B.1. Dada las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ e $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:

a) (1 punto) Calcular $A^2 - 4A + 4I_3$

b) (1'5 puntos) Calcular, si existe, la inversa de la matriz **A**

B.2.a) (1'5 puntos) Hallar la ecuación de la circunferencia que es tangente al eje **OX** en el punto **(4, 0)** y pasa por el punto $\left(\frac{8}{5}, \frac{6}{5}\right)$

b) (1 punto) Hallar la ecuación de la otra tangente a esta circunferencia que pasa por el origen de coordenadas

B.3.- (2'5 puntos) Un pequeño islote dista 1 Km. de una costa rectilínea. Queremos instalar en dicho islote una señal luminosa que se ha de alimentar con un tendido eléctrico. La fuente de energía esta situada en la costa en un punto distante 1 Km. del punto de la costa más próximo al islote. El coste del tendido submarino, por unidad de longitud, es $\frac{5}{3}$ del tendido en tierra. ¿A que distancia de la fuente de energía debe de empezar el tendido submarino para conseguir un coste mínimo?

B.4.- (2'5 puntos) Hallar el área del recinto limitado por las funciones

$$y = 2 - x^4$$

$$y = x^2$$